

LO SPAZIO E IL TEMPO ASSOLUTI DI NEWTON

Carla Casadio e Olivia Levrini

La struttura dei *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1686)

Già dall'indice del libro (si veda il documento *Newton spazio_e_tempo* che raccoglie brani estratti dai "Principia") si nota che Newton sceglie di strutturare i *Principia* sul modello euclideo: un rigoroso sistema assiomatico che si apre con definizioni e assiomi e procede con una concatenazione di lemmi, proposizioni e teoremi.

Come si vedrà, questa scelta, oltre che corrispondere ad una strategia espositiva opportuna perché codificata, riflette anche la convinzione profonda del carattere euclideo dello spazio e, quindi, del mondo. La geometria non è solo uno strumento per ragionare sulla realtà delle cose. Essa è propriamente inscritta nella natura e dà la scansione stessa dello spazio.

"Spazio e tempo assoluti" sono introdotti e discussi nel primo capitolo sulle "Definizioni", dopo aver definito "*parole non comunemente note*" (come "*quantità di materia*", "*quantità di movimento*", "*vis insita*", "*vis impressa*", "*forza centripeta*"). In particolare, a spazio e tempo è dedicato, al termine del capitolo, uno "Scolio" (annotazione), che si apre con precisazioni quanto mai interessanti dal punto di vista retorico, vista la premura con cui nel seguito saranno invece definiti i termini "*notissimi a tutti*":

"Fin qui è stato indicato in quale senso siano da intendersi, nel seguito, parole non comunemente note. Non definisco, invece, tempo, spazio, luogo e moto, in quanto notissimi a tutti. Va notato, tuttavia, come comunemente non si concepiscano queste quantità che in relazione a cose sensibili. Di qui nascono i vari pregiudizi, per eliminare i quali conviene distinguere le medesime quantità in assolute e relative, vere e apparenti, matematiche e volgari."

Dopo il capitolo "Assiomi o Leggi del movimento", che di fatto contiene quasi tutta la fisica di Newton, il corpo dei *Principia* si sviluppa in tre libri e uno Scolio Generale.

I primi due libri consistono in lemmi, proposizioni, teoremi e problemi sul moto dei corpi.

Nel 1° libro la teoria è applicata al moto dei corpi intesi come masse puntiformi, trattando in particolare i moti rotatori, e culmina nella dimostrazione che le leggi di Keplero sono ricavabili dai principi della dinamica.

Il 2° libro affronta, anche con riferimenti sperimentali, il problema del moto in un mezzo resistente; l'obiettivo che Newton persegue, e raggiunge, è quello di dimostrare che un sistema planetario mosso dai "vortici" cartesiani non potrebbe muoversi in accordo con le leggi di Keplero e che anzi un vortice non sarebbe in grado neppure di mantenere da sé il proprio moto.

Nel 3° libro ("Il Sistema del mondo") Newton presenta le sue scelte di metodo, le "Regole del filosofare". E' in questo libro che, sulla base delle Regole e della teoria già esposta nel primo libro dà ragione dei fenomeni celesti: lo scopo è dimostrare che una stessa forza è responsabile del moto dei pianeti attorno al Sole come del moto di satelliti attorno ad un pianeta, come della caduta dei corpi sulla superficie della Terra.

Nello Scolio generale che conclude l'opera l'autore chiarisce infine, in relazione alla propria concezione teologica, la sua visione del mondo e della scienza.

Quasi dunque a non turbare il rigore della deduzione logico-matematica che impronta l'opera, sono relegate in *Scolii a latere* tutte le considerazioni e le riflessioni che possono servire a collegare il significato attribuito ai concetti con la prospettiva culturale di Newton e quindi con quella sua particolare visione del mondo (o forse con la visione del mondo che Newton voleva accreditare come sua) che può fornire, di quei concetti, ulteriori chiavi di lettura.

Per comprendere l'idea che Newton aveva dello spazio è quindi necessario ri-intrecciare i diversi

piani (definitorio, geometrico, d'uso, teologico, ecc.) nei quali l'autore stesso l'ha scomposta per presentarla e tener contemporaneamente conto, per quanto possibile, dei condizionamenti dell'ambiente politico, accademico e culturale che hanno talora favorito e talora frenato una presa di posizione esplicita su questioni a quei tempi particolarmente delicate.

Lo spazio e il tempo di Newton

Spazio e tempo assoluti

Newton utilizza il termine "assoluto" per indicare spazio e tempo, etimologicamente, come 'sciolti' da ogni legame con oggetti o fenomeni (*"per loro natura senza relazione ad alcunché di esterno"*), a differenza di spazio e tempo del pensiero comune che sono *"relativi"*, *"sensibili"*, *"apparenti"*, *"volgari"* e *"misurabili"*.

Lo spazio di Newton è, dunque, assoluto in quanto:

- esistente indipendentemente dall'esistenza di corpi materiali (esiste in sé, non è un sistema di relazioni fra corpi);
- dotato di proprietà indipendenti dall'interazione con la materia (non ha cioè caratteristiche dinamiche);
- definito indipendentemente dalle misure e dalle osservazioni che si possono fare sugli oggetti sensibili (non è cioè relativo, a differenza di quello che viene "comunemente" concepito come spazio e rispetto al quale "conviene distinguere").

Si tratta di uno spazio *sostanziale*, dotato di realtà, un contenitore vuoto, indifferente alla materia in esso contenuta e all'osservatore che in esso analizza i movimenti della materia.

Analogamente, il tempo assoluto indica un fluire eterno, sciolto dallo spazio ed esistente indipendentemente dalla sua misura volgare in ore, giorni e anni.

Uno spazio infinito, omogeneo, "immobile"...

La fiducia di Newton nella semplicità e invarianza della natura (cfr. le "Regole del filosofare") si traduce nella generalizzazione alla totalità dello spazio delle proprietà geometriche (topologiche, affini, metriche) percepite e valide in ambito locale e, dunque, nell'ipotesi di uno spazio omogeneo, uniforme, continuo, così come continuo, uniforme ed eterno è lo scorrere del tempo.

L'immobilità dello spazio è invece garantita dal fatto che esso è detto essere incernierato attorno ad un centro fermo (il *"comune centro di gravità della Terra e del Sole e di tutti i pianeti"*). Fra tante ipotesi implicite questa è l'unica ipotesi esplicita presente nei *Principia* che Newton si trova costretto ad imporre per garantire forse l'unicità del contenitore e lo fa "fingendo" un'ipotesi che non sembra obbedire né al criterio di uniformità della natura, né di semplificazione delle cause, contravvenendo così al 'rasoio' che si era autoimposto nelle "Regole del filosofare".

...rispetto al quale sono definibili il "moto assoluto" e "la quiete vera"

Benché il concetto di Sistema di Riferimento e, in particolare, di Sistema di Riferimento Inerziale faccia parte esplicitamente di una ri-lettura post-newtoniana della meccanica (ovvero dell'analisi ottocentesca effettuata per liberare la teoria dal contenitore spaziale), è comunque possibile attribuire allo spazio assoluto il ruolo di Sistema di Riferimento privilegiato, perché è, rispetto ad esso, che Newton definisce *"il moto assoluto"* come *"la traslazione di un corpo da un luogo assoluto in un luogo assoluto"* e *"la quiete vera"* come *"la permanenza del corpo nella medesima parte di quello spazio immobile nella quale la stessa nave si muove"*.

... ed è riconoscibile rispetto ad uno spazio relativo

E' sempre nello Scolio alla fine del capitolo sulle "Definizioni" che Newton introduce criteri per distinguere fra loro quiete, luoghi e moti assoluti e relativi, suddividendo tali criteri in "proprietà", "cause" ed "effetti". Tra questi, l'argomento certamente più efficace per sostenere la presenza di un

moto assoluto (e, se non assoluto, sicuramente “anomalo” rispetto al modello descrittivo della meccanica) è l’esempio del secchio rotante: uno degli esperimenti mentali più celebri nella storia della fisica che discuteremo parlando delle critiche mosse da Mach alla meccanica newtoniana.

La visione del mondo di Newton:

Uno spazio vero e immobile per un Dio unico, infinito, eterno, costruttore e geometra

Lo spazio e il tempo sono per Newton soprattutto “veri”. In essi i corpi occupano posizioni vere, si muovono di moti veri, anche se l’uomo percepisce e misura solo posizioni e moti relativi.

Questa proprietà è cruciale per cogliere la visione del mondo di Newton, perché è proprio nell’antinomia “vero/apparente” che si esplicita il significato profondo attribuito alla “filosofia naturale”:

“Vero è che, in quanto quelle parti dello spazio [assoluto] non possono essere viste e distinte fra loro mediante i nostri sensi, usiamo in loro vece le loro misure sensibili. Definiamo, infatti, tutti i luoghi dalle distanze e dalle posizioni delle cose rispetto a qualche corpo, che assumiamo come immobile; ed in seguito, con riferimento ai luoghi predetti valutiamo tutti i moti, in quanto consideriamo i corpi come trasferiti da quei medesimi luoghi in altri. Così, invece dei luoghi e dei moti assoluti usiamo i relativi; né ciò riesce scomodo nelle cose umane: ma nella filosofia occorre astrarre dai sensi. Potrebbe anche darsi che non vi sia alcun corpo in quiete al quale possano venire riferiti sia i luoghi che i moti.”

“Nella filosofia occorre astrarre dai sensi”, perché, come dirà anche nell’*Ottica*:

“[...] compito principale della filosofia naturale è di argomentare muovendo dai fenomeni senza immaginare ipotesi, e dedurre le cause dagli effetti, finché arriviamo alla vera Causa Prima, che certamente non è meccanica” (da *Ottica* o trattato sulle riflessioni, rifrazioni, inflessioni e sui colori della luce - Libro III).

Nello specifico, il fine dei *Principia*, e Newton lo afferma esplicitamente al termine dello Scolio che conclude le “Definizioni”, è proprio quello di studiare i moti veri, e quindi innanzitutto di distinguere il “vero” dal “sensibile”. E’ infatti attraverso questo tipo di indagine che, come detto nello Scolio Generale che conclude i *Principia*, diventa possibile perseguire il fine ultimo della filosofia naturale: costruire, muovendo dai fenomeni, un discorso su Dio, quel Dio “eterno e infinito” che “fonda la durata e lo spazio”.

“[...] Questa elegantissima compagine del Sole, e dei pianeti e delle comete non poté nascere senza il disegno e la potenza di un ente intelligente e potente. [...] Egli regge tutte le cose non come anima del mondo, ma come signore dell’universo. E a causa del suo dominio suole essere chiamato Signore-Dio, pantocratore. [...] È eterno e infinito, onnipotente e onnisciente, ossia, dura dall’eternità in eterno e dall’infinito è presente nell’infinito [...] Dura sempre ed è presente ovunque, ed esistendo sempre ed ovunque, fonda la durata e lo spazio. [...] Lo conosciamo solo attraverso i suoi attributi, per la sapientissima e ottima struttura delle cose e per le cause finali, e l’ammiriamo a causa della perfezione; ma lo veneriamo, invero, e lo adoriamo a causa del dominio. [...]”

Il fine specifico dei *Principia* e quello più generale della filosofia naturale sono perseguibili in quanto, da una parte, esistono criteri (“le proprietà, le cause, gli effetti” già citati) che consentono di distinguere fra assoluto e relativo e, dall’altra, è possibile individuare leggi generali la cui esistenza è testimonianza dell’esistenza di un ordine. L’armonia del cosmo, a sua volta, è il segno di un disegno divino, dell’intelligenza e della volontà di un Agente. Lo spazio assoluto, vero, è dunque per Newton la manifestazione più palese dell’onnipotenza di Dio nel mondo e la gravità ne

garantisce la coesione, oltre a rende unitario il quadro dell'universo riunendo, nel rispetto di una sola legge, fisica terrestre e celeste.

Alcune considerazioni

1. Dalla natura perfetta all'ordine formale: la nuova immagine del mondo come conquista culturale

La visione di spazio e tempo di Newton è tutt'altro che pura razionalizzazione dell'esperienza sensibile: essa si configura come costruzione intellettuale che dà forma al suo modo di intendere l'ordine nella natura. In questo senso la sua fisica, costruita su tali concetti, rappresentò un distacco definitivo dalla cultura espressa dal potere dominante.

La cultura ufficiale, infatti, sul solco tracciato quattro secoli prima dalla scelta tomista di conciliazione fra teologia e conoscenza della natura, e rifacendosi allo spazio-luogo di Aristotele, concepiva ancora lo spazio come universo 'pieno', come luogo di relazioni, limitato e finito, codificato in una struttura a sfere e associato ad una gerarchia di valori.

Altre voci però erano presenti e in grado di condizionare il clima culturale. Accanto alla cultura ufficiale, o meglio nonostante essa, esistevano, talvolta in odore di eresia, orientamenti culturali che avevano espresso, nell'arte, nel pensiero matematico e in quello filosofico, una diversa concezione di spazio che idealmente si riallacciava al contenitore vuoto ed infinito degli antichi atomisti; lo spazio era divenuto oggetto di riflessione e di rappresentazione e in esso diventavano accettabili e si ridefinivano antichi e nuovi tabù.

La filosofia naturale era intervenuta modificando la dominante immagine aristotelica dello spazio sulla base di un rinnovato criterio di ordine, di armonia:

l'ordine sta nella eleganza formale, nella simmetria, e si concretizza in un universo a sfere, finito, centrato nel sole (Copernico ⁱ)	⇒	si rompe il legame fra materia e proprietà dello spazio; le sfere sono idee di sfera, hanno perso il carattere di sostanzialità
l'ordine sta nelle relazioni matematiche che rendono conto del dato di esperienza e si concretizza in un sistema di orbite circolari (Tycho ⁱⁱ)	⇒	l'esistenza di sfere, prive di potere descrittivo, non ha ragione di essere postulata; dalle sfere si passa alle circonferenze
l'ordine sta nella formalizzazione matematica che esprime la legge di "armonia musicale" e si concretizza in orbite ellittiche percorse a velocità variabile ma prevedibile (Keplero ⁱⁱⁱ)	⇒	l'idea statica, a priori, di 'forma perfetta' è superata perché priva di potere interpretativo; sono le caratteristiche del moto a definire le traiettorie

Alla concezione aristotelico-tolemaico di un cosmo perfetto perché pieno di materia incorruttibile e ben organizzata si è sostituita un'idea, che Newton farà sua, di ordine formale che emerge dagli eventi.

L'"armonia" non è dunque più da ricercarsi in un'immagine di materia incorruttibile (la Terra di diaspro, come pietrificata dalla Medusa, evocata con orrore nella prima giornata del "Dialogo" di Galileo^{iv}), ma nella formalizzazione matematica con la quale descrivere la realtà. È proprio nell'opera di Galileo che questa rottura trova una codifica: quando, nel "Saggiatore"^v (1623), specifica che è la matematica il linguaggio in cui "il libro della natura" è scritto, egli sta in realtà suggerendo il modo nel quale quel libro va letto, dà una sorta di prescrizione per la nuova scienza. Il presupposto su cui si fonda il riconoscimento della potenza del linguaggio matematico e della sua adeguatezza nella interpretazione del mondo naturale è la fiducia nei criteri di generalità e di continuità, riconoscibili alla base delle sue argomentazioni (dal "Dialogo" del 1632 ai "Discorsi"

del 1638). Nel 1883 Mach scriverà a proposito del principio di continuità della natura: è “un principio di grande fecondità scientifica [che] in tutte le sue riflessioni Galileo ha seguito [...] consistente nel variare nel pensiero, gradualmente e per quanto possibile, le circostanze di un caso particolare, tenendo ferma nello stesso tempo l’idea già formulata su di esso”^{vi}. È la fiducia in tale principio che rende perseguibile un progetto di razionalizzazione del reale basato sulla generalità delle leggi matematiche.

Le critiche “classiche” a spazio e tempo assoluti

Il principio di relatività galileiano e il problema della struttura logico-linguistica dei Principia

Un primo problema che presto si individuò nel sistema newtoniano è, in apparenza, di carattere logico-linguistico: il problema legato alla ridondanza delle affermazioni sullo spazio contenute nei *Principia*. Tale problema, nello specifico, riguarda il ruolo e il significato della I legge in relazione alle definizioni precedentemente date di spazio e tempo assoluto, alla seconda legge, nonché al “V corollario”.

La I legge e le definizioni di spazio e tempo assoluto

In apertura ai *Principia*, subito dopo le “Definizioni”, Newton introduce gli “Assiomi o Leggi del Movimento”. La “legge I” recita: “*Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, salvo che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse*. I proiettili perseverano nei propri moti salvo che siano rallentati dalla resistenza dell’aria, e sono spinti verso il basso dalla forza di gravità [...]”. E i pianeti conservano “più a lungo” i propri moti perché in “spazi meno resistenti”.

Dal momento che questa affermazione riguarda la quiete e i moti “veri”, riferiti cioè allo spazio assoluto, e, dal momento che nella struttura logica dei *Principia* spazio e tempo assoluti erano già stati postulati e definiti, questa prima legge, così formulata, si configura come caso particolare della seconda.

In questo senso, la I legge, pur non aprendo contraddizioni, appare superflua. È un peccato di sovrabbondanza sottolineato dalla scelta di Newton di chiamare le leggi “assiomi”, lasciando quindi intendere che, all’interno della sua struttura espositiva di stampo prettamente euclideo, siano da considerare un corpo autoconsistente di affermazioni indipendenti fra loro e contemporaneamente vere sul quale fondare la teoria.

La prima legge e il V corollario

Poche pagine più avanti, dopo aver esteso la prima legge ad un sistema di corpi (corollario IV), viene enunciato il corollario V: “*I moti relativi dei corpi inclusi in dato spazio sono identici sia che quello spazio giaccia in quiete, sia che il medesimo si muova in linea retta senza moto circolare*”. Il riferimento che Newton cita a titolo di esempio è quello, già allora tradizionale, della nave.

In questo corollario Newton riconosce ed afferma l’esistenza, diremmo oggi, di una classe di sistemi di riferimento fra loro indistinguibili nei quali valgono i suoi assiomi.

In questo si riconosce un riferimento al “gran navilio” di Galileo, con il suo carico “sotto coverta” di mosche, farfalle e pescetti, di persone che saltano verso poppa e verso prua, di “stille cadenti” in vasi “di angusta bocca”, di “lagrime d’incenso” che “abbruciano”. Per il passeggero del “vassello” di Galileo il fatto di non poter “comprendere se la nave cammina oppure sta ferma” apre all’idea dell’uguale dignità di sistemi fra loro indistinguibili per le leggi della meccanica.

Per Galileo non si pone il problema dell’esistenza di uno spazio ‘vero’: è sufficiente che per tutti i “sistemi di riferimento” in moto relativo rettilineo e uniforme valgano le stesse leggi fisiche per considerarli sistemi equivalenti. Essendo percepito identico da *ciascuno* di tali sistemi, lo spazio di Galileo è quindi ‘non relativo’ non perché unico ma perché invariante e, in questo contesto, la prima legge può essere coerentemente re-interpretata come “postulato di esistenza di un sistema di

riferimento inerziale e, quindi, di una classe”.

Ma per Newton era diverso: i luoghi, la quiete, i moti relativi, quelli che definiamo sulla base della nostra percezione, hanno una natura diversa rispetto ai “luoghi primari”, assoluti e immobili nello spazio, e ai moti rispetto ad essi.

Lo spazio di Newton, lo spazio ‘vero’, è uno solo, quello immobile, in quiete vera rispetto al centro di massa del sistema solare: è ‘non relativo’ nel senso che *nessuno* degli spazi percepiti, sperimentati, dai diversi osservatori è quello vero. Il suo V Corollario perde quindi quel significato pregnante che si avrebbe oggi la tentazione di attribuirgli alla luce della fecondità dell’interpretazione ‘alla Galileo’ della prima legge, come “postulato di esistenza di un sistema di riferimento inerziale”. Nel quadro dei *Principia*, Newton, alla ricerca dell’unico spazio vero, sembra proporre una lettura esclusivamente in negativo del principio di relatività e delle trasformazioni cosiddette di Galileo: l’enunciazione del V Corollario indica semplicemente l’impossibilità, sulla base dei fenomeni fisici, di discriminare uno spazio immobile da uno dotato di traslazione uniforme (date le proprietà di simmetria dello spazio vero) e quindi sancisce l’esistenza di un limite nelle possibilità di discernibilità, e dunque di conoscenza, dell’uomo.

Anche alla luce degli sviluppi successivi, dunque, che l’insieme degli enunciati sia sovrabbondante è dimostrato dal fatto che è possibile dare della meccanica classica una lettura indipendente dall’esistenza o meno di uno spazio assoluto nel senso newtoniano e che anch’essa è autoconsistente. La presenza del primo principio, infatti, consente di postulare l’esistenza di un particolare sistema di riferimento e quella del V corollario di estendere tale classe ad infiniti sistemi, tra di loro indistinguibili. Proprio il fatto che sia lecita una diversa interpretazione dei *Principia* rende perdonabile Newton agli occhi di Mach. Nella prefazione alla settima edizione (1912) di “La meccanica nel suo sviluppo storico critico” l’autore ribadisce le sue critiche allo spazio (e al tempo) assoluto di Newton, continuando a considerarlo una “mostruosità concettuale”, ma afferma chiaramente che ritiene quello di Newton un peccato solo veniale dal momento che di quelle “arbitrarie fantasticherie” “non ne fece alcun uso effettivo”.

La sostanzialità di spazio e tempo e il problema filosofico della natura di spazio e tempo

Un problema di carattere soprattutto filosofico è legato alla natura assoluta, alla sostanzialità, dello spazio di Newton e fu Leibniz, l’eterno rivale, a sollevarlo. Gli argomenti che Leibniz formulò contro la concezione spaziale newtoniana sono ancora considerati gli attacchi più forti al sostanzialismo, nonché quelli che permisero la formulazione più lucida della cosiddetta visione “relazionista” dello spazio. Per Leibniz lo spazio non è altro che un insieme di relazioni formali, un “ordine di coesistenza tra le cose”, costruito dall’uomo per comprendere il mondo naturale:

“Ecco come gli uomini giungono a formarsi il concetto dello spazio. Essi considerano che più cose esistono insieme, e trovano fra esse un ordine di coesistenza, secondo cui il rapporto delle une e delle altre è più o meno semplice. È la loro posizione o distanza. Quando avviene che una di quelle coesistenze muti il suo rapporto con una pluralità di altre coesistenze, che restano fra loro immutate, e quando un nuovo venuto acquista lo stesso rapporto che il primo aveva con gli altri, si dice che quello è venuto al posto di questo; un tale cambiamento viene chiamato movimento ed è attribuito a quello in cui risiede la causa immediata del cambiamento. [...] E supponendo o fingendo che tra tali coesistenze vi sia un numero sufficiente di quelle che non hanno subito alcun mutamento, si dirà che le coesistenze che hanno con queste coesistenze fisse un rapporto uguale a quello che le altre avevano rispetto alle stesse, hanno occupato lo stesso posto delle precedenti. Ciò che comprende tutti questi posti viene chiamato spazio.” (dalle “Lettere fra Leibniz e Clarke”, 1717)

Leibniz vedeva il dominio delle teorie scientifiche limitato all’insieme degli eventi fisici: per lui

parlare di spazio significava fare riferimento all'insieme di punti occupati da oggetti ed eventi e quindi parlare di struttura spazio-temporale equivaleva a considerare proprietà e relazioni che legano oggetti e processi.

Gli argomenti che Leibniz utilizzò per criticare un'idea sostanzialista di spazio sono il suo celebre "*principio di ragion sufficiente*" e il cosiddetto "*argomento dell'identità degli indiscernibili*":

"Lo spazio è qualcosa di assolutamente uniforme; e, senza oggetti collocati in esso, un punto dello spazio non differisce in alcunché da qualunque altro punto dello spazio. Da questo segue (supponendo che lo spazio sia qualcosa in sé stesso oltre all'ordinamento dei corpi) che è impossibile che ci sia una ragione per cui Dio, preservando il medesimo ordine tra i corpi, avrebbe dovuto collocarli nello spazio in un particolare modo e non in un altro; ad esempio, scambiando l'Est con l'Ovest, avrebbe potuto collocare ogni cosa nel posto contrario. Tuttavia, se lo spazio non è altro che la possibilità di collocarli, allora i due stati, quello attuale e l'altro che supponiamo contrario, non differirebbero in alcun modo. La loro differenza risiede pertanto solo nella nostra chimerica supposizione che lo spazio sia qualcosa di reale. In verità di due stati sono la stessa cosa, essendo indiscernibili; e di conseguenza non c'è ragione di preferire l'uno all'altro" (Leibniz, in Alexander, 1956)^{vii}.

La critica di Leibniz può essere riformulata come segue: un sostanzialista, ipotizzando l'esistenza di un contenitore esterno rispetto agli eventi, deve trarre la conclusione che una disposizione, ad esempio, di tre oggetti orientata verso ovest sia diversa rispetto alla stessa disposizione orientata verso est, dal momento che le posizioni assolute degli oggetti rispetto al contenitore variano. Tuttavia, stando "dentro al mondo" e alla sua fenomenologia, qualora non cambino le posizioni reciproche, non è possibile trovare nessun elemento ("nessuna ragione") che permetta di discriminare tra ("discernere") le due disposizioni. Il sostanzialismo, pertanto, si basa su una descrizione teorica che introduce, senza una ragione sufficiente, *asimmetrie non riconoscibili nei fenomeni stessi*.

Le critiche di Leibniz non furono le uniche. Mach, ad esempio, due secoli dopo la pubblicazione dei Principia, fondò la sua critica sul problema dell'accettabilità scientifica di un assoluto non osservabile. Infatti, nonostante i tentativi di Newton di trovare criteri che permettessero di distinguere fra moti assoluti e relativi, e quindi di rivelare lo spazio assoluto, questo restava, per Mach, un "*puro ente ideale, non conoscibile sperimentalmente.[...]*" e, come tale, non poteva essere considerato un oggetto fisico.

E, comunque, secondo Mach, qualora si debba scegliere tra due "teorie" (o interpretazioni della stessa teoria) equivalenti sul piano sperimentale, quella più probabilmente vera e, quindi, da preferire sulla base di un principio di economia, è quella "più semplice", ovvero quella basata sul minor numero di ipotesi:

"Se si resta sul terreno dei fatti, non si conosce altro che spazi e luoghi relativi. Relativi sono i moti dell'universo sia nel sistema tolemaico sia in quello copernicano, quando si astragga dal presunto misterioso mezzo che pervade lo spazio. Queste due teorie sono ugualmente corrette, solo che la seconda è più semplice e più pratica dell'altra. [...]" (Mach, 1883)^{viii}

Il celebre principio di economia di Mach non è di natura estetica o pratica: esso si basa sulla profonda convinzione che sia *la natura stessa* a seguire tale principio.

Il dibattito sulla natura di spazio e tempo oggi non è tanto (o soltanto) una disputa filosofica ma un vero problema di ricerca per i fisici impegnati nell'unificazione delle interazioni fondamentali. In particolare l'assumere o meno uno spaziotempo di background rappresenta il nodo di maggior conflitto tra le due teorie principali che si stanno confrontando sulla gravitazione quantistica: la "Teoria" delle Stringhe e la Loop Quantum Gravity.

In può infatti osservare che, nonostante, l'evolvere delle conoscenze e il precisarsi via via degli

argomenti formulati, il dibattito tra sostanzialismo e relazionismo è tutt'altro che concluso ed è facendo riferimento proprio a questo che Brian Greene apre il suo libro “La trama del cosmo”:

«Nessun altro problema scientifico ci affascina più di quello della natura dello spazio e del tempo. È normale che sia così, perché questi due concetti formano il palcoscenico su cui si dipana la trama del cosmo. L'intera nostra esistenza, tutto ciò che facciamo, pensiamo e proviamo, si verifica in una determinata regione dello spazio in un determinato intervallo di tempo; eppure la scienza non è ancora riuscita a svelare che cosa siano con esattezza spazio e tempo: sono due entità fisiche reali o semplicemente utili semplificazioni concettuali?». (Greene, 2004)

Qualche pagina più avanti si trova:

“Ma come abbiamo appena visto, il problema principale della teoria delle stringhe oggi è dato dal fatto che è costretta a ipotizzare uno spaziotempo di background, all'interno del quale le stringhe si muovono e vibrano. Per contrasto, il successo più evidente della LQG [Loop Quantum Gravity] è dato dal fatto di essere indipendente dal background e di non dovere quindi postulare un dato spaziotempo come fondale fisso. Il rovescio della medaglia, però, è che in questo strano scenario senza spazio e senza tempo tutto diventa più complicato da dimostrare, ivi compresi alcuni aspetti di fondo della relatività generale.” (Greene, 2004)^{ix}

Per chiudere questo paragrafo, riportiamo un brano tratto dal testo divulgativo “La vita del cosmo”, del “padre” della LQG, Lee Smolin in cui è introdotta, secondo noi in modo particolarmente efficace, la visione di spazio sottesa alla teoria e alla sua concezione della fisica e del mondo:

“Quando la gente parla di cambiamenti politici, spesso intende parlare di un riallineamento delle relazioni fra l'individuo e la società. Si tratta di un eufemismo, perché la società è un concetto astratto che si riferisce solo a quegli esseri umani che vivono in un dato tempo e in un dato luogo. [...] Ciò che viene riallineato quando la società si evolve non sono altro che le miriadi di relazioni fra i singoli esseri umani. Parliamo di società perché [...] abbiamo difficoltà a contemplare direttamente la fantastica complessità delle relazioni umane che tengono insieme il mondo che ci siamo costruiti.

È per un meccanismo simile che entrarono in uso i concetti astratti di spazio e tempo, quando gli esseri umani cominciarono a percepire l'immensità e la complessità dell'universo. [...]

Nei prossimi capitoli spero di riuscire a convincere il lettore che anche lo spazio e il tempo, come la società, sono in ultima analisi concetti vuoti: hanno un senso solo nella misura in cui essi stanno per la complessità delle relazioni fra le cose che accadono nel mondo.” (Smolin, 1997)^x

Il secchio rotante e il problema fisico della distinguibilità di moti di “natura diversa”: verso l'equivalenza di tutti i sistemi di riferimento?

Già alla fine del '600, fra i criteri che Newton introduce per distinguere fra spazio, quiete e moto assoluto e relativo, solo gli “effetti”, esemplificati con l'esempio del secchio, apparvero sufficientemente convincenti.

L'esperimento mentale del secchio rotante, nella concezione di Newton, costituisce una prova a favore dell'esistenza dello spazio assoluto fondata sulla seguente argomentazione: il particolare moto di allontanamento dell'acqua dall'asse di rotazione non ammette una spiegazione in termini di moto relativo tra acqua e secchio o, se vogliamo, di interazione dell'acqua con i corpi vicini.

Ripercorriamo l'esperimento concentrandoci su due situazioni:

1. Si appenda un secchio pieno d'acqua ad un filo e, dopo aver attorcigliato il filo, si lasci andare il secchio. Il secchio comincerà a ruotare. Nei primi istanti di rotazione del secchio, l'acqua, non partecipando ancora del moto del secchio, rimane ferma. *Si ha dunque una situazione per cui c'è un moto relativo tra acqua e secchio e la superficie dell'acqua presenta una configurazione piana;*
2. Dopo qualche istante di rotazione, l'acqua comincerà a ruotare insieme al secchio e

assumerà una configurazione concava, ovvero su di lei agiranno forze che tendono ad allontanarla dall'asse di rotazione. Quando l'acqua ruota con la stessa velocità angolare del secchio, si immagini di fermare il secchio. L'acqua continua a ruotare. *In questa situazione si ha ancora un moto relativo tra acqua e secchio, ma la superficie dell'acqua, questa volta, presenta una configurazione concava.*

Nel corso dell'esperimento si hanno, dunque, due situazioni simmetriche per quel che riguarda il moto relativo, ma "discernibili", in quanto la superficie dell'acqua assume configurazioni diverse.

Il problema di fondo è: qual è la ragione di questa asimmetria? In altri termini, qual è la ragione o l'origine della forza centrifuga che agisce sull'acqua quando questa è in rotazione?

Nella concezione di Newton l'asimmetria tra le due situazioni è la prova che nel secondo caso si è in presenza di un moto accelerato "assoluto" e, dunque, una prova della *necessità* di assumere l'esistenza dello spazio assoluto o, diremmo oggi, di un sistema di riferimento assoluto, privilegiato, quale "causa" di questo fenomeno.

Prima di entrare nel merito delle critiche che si possono rivolgere al tipo di argomentazione utilizzato da Newton, riteniamo opportuna una precisazione che sottolinei quanto i problemi sollevati dall'esperimento mentale del secchio siano profondi.

Oggi, infatti, si è tentati di considerare tali problemi oziosi perché si è portati ad accettare come "un fatto di natura" (o semplicemente per abitudine) la distinzione tra sistemi di riferimento inerziali e non inerziali e, quindi, a vedere la non-inerzialità del sistema rotante come "la causa" della asimmetria tra le due situazioni.

Come mostrarono Mach e Einstein, tale spiegazione sposta soltanto il problema, senza risolverlo. Infatti, la domanda "qual è la ragione fisica della distinzione tra sistemi di riferimento inerziali e non inerziali?" può essere pensata come una riformulazione dei problemi sollevati dal secchio rotante ed è tale domanda che muoverà Einstein a costruire la relatività generale.

"Nella meccanica classica vi è un innato difetto epistemologico, che fu chiaramente precisato (forse per la prima volta) da E. Mach, e che si ripercuote anche nella teoria della relatività ristretta." (Einstein, 1916a)^{xi}.

"Come è possibile che certi corpi di riferimento (o i loro stati di moto) risultino privilegiati rispetto ad altri corpi di riferimento (o ai loro stati di moto)? Qual è la ragione di tale privilegio?"

Per mostrare chiaramente cosa intendo dire con questa domanda, mi servirò di un paragone. Mi trovo di fronte a un fornello a gas: Sul fornello stanno l'una accanto all'altra due casseruole talmente simili tra loro che l'una può essere scambiata per l'altra. Entrambe sono piene a metà di acqua. Osservo che del vapore viene emesso in continuazione da una casseruola, ma non dall'altra. Ne resto sorpreso, anche se non ho mai visto prima né un fornello a gas né una casseruola. Ma se ora io osservo un qualcosa di luminoso e di colore bluastro sotto la prima casseruola e non sotto l'altra, cesso di meravigliarmi, anche se non ho mai visto prima una fiammella di gas.

[...] Analogamente, io cerco invano qualcosa di reale nella meccanica classica (o, rispettivamente, nella teoria della relatività ristretta) a cui poter ricondurre il diverso comportamento dei corpi considerati rispetto ai sistemi di riferimento K e K' [rispettivamente inerziale e non inerziale]. Già Newton vide quest'obiezione e cercò d'invalidarla, ma senza successo. Fu E. Mach però che la individuò più chiaramente di tutti gli altri e che sostenne, a causa di quest'obiezione, la necessità di fondare la meccanica su una base nuova. Essa si può superare soltanto per mezzo di una fisica che sia conforme al principio generale di relatività, giacché le equazioni della teoria sono valide per ogni corpo di riferimento, qualunque sia il suo stato di moto" (Einstein, 1916b)^{xii}.

La ricerca di quel "qualcosa di reale" portò Einstein a sviluppare l'intuizione di Mach, secondo la quale le forze inerziali, come la forza centrifuga che agisce sull'acqua in rotazione, sono in realtà di origine gravitazionale, ovvero spiegabili come un'interazione "fisica" tra i corpi in rotazione e le

masse lontane dell'universo. Quest'idea è oggi formalizzata nel principio che Einstein chiamò "di Mach" ed è alla base di un progetto interamente relazionista di riscrittura della fisica, nonché di sviluppo della relatività generale, che autori come Born o Sciama hanno cercato di perseguire e che rappresenta tuttora un problema di ricerca aperto.

Veniamo ora alle critiche che si possono rivolgere all'argomento di Newton. La prima critica che Mach rivolse a Newton è quella di aver basato la sua argomentazione su ipotesi non verificabili sperimentalmente e, dunque, di non essersi attenuto al suo principio di considerare validi soltanto quei fatti che potevano essere accertati con l'osservazione. In particolare, l'argomento di Newton si basa sull'assunto non verificabile che, se si ruota intorno al secchio tutta la massa dell'intero universo, l'acqua NON subisce alcuna forza centrifuga. Se, infatti, le forze centrifughe comparissero a seguito della rotazione di tutto l'universo, l'origine di tali forze sarebbe riconducibile ad un moto relativo e non ad un moto rispetto ad un contenitore assoluto, immobile ed inerte.

In assenza di questa prova:

“L’esperienza newtoniana del vaso pieno d’acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell’acqua rispetto alle pareti del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti. Non ci insegna nulla di più.” (Mach, 1883)^{xiii}

Altre critiche riguardano la logica “causale” utilizzata da Newton e sono ben espresse nel seguente brano di Max Born:

“Ritenere che lo spazio sia la causa di qualche fenomeno è certamente incompatibile con un criterio di logica causale. L’ipotesi di uno spazio assoluto è giustificata soltanto dal tentativo di interpretare le forze d’inerzia, ma esse d’altra parte costituiscono l’unica indicazione della sua esistenza. Sulla base di una legittima critica epistemologica, tale ipotesi ad hoc è certamente inaccettabile; essa è troppo superficiale e troppo lontana dallo scopo della ricerca scientifica, che è diretta a stabilire dei criteri per distinguere i suoi risultati da ipotesi più o meno fantasiose. Se il foglio di carta su cui ho appena finito di scrivere vola improvvisamente dal tavolo, nessuno può impedirmi di pensare che sia stato portato via da un fantasma... per esempio dallo spettro di Newton. Ma alla luce del buon senso sono piuttosto portato a ritenere che qualcuno sia entrato dalla porta e si sia così creata una corrente d’aria proveniente dalla finestra aperta; tale ipotesi, anche se non mi sono accorto di questa corrente, è ragionevole perché mi permette di stabilire una relazione tra il fenomeno che voglio spiegare e altre circostanze osservabili. E’ infatti un atteggiamento critico nello scegliere le cause possibili che distingue il tentativo di costruire una descrizione della realtà basata sulla ragione, proprio della ricerca fisica, dal misticismo, dallo spiritualismo e da analoghe manifestazioni dell’immaginazione incontrollata.

Il concetto di spazio assoluto mantiene appunto un certo carattere “metafisico”. Alla domanda “qual è la causa delle forze centrifughe?” la nostra risposta è “lo spazio assoluto”; ma se si cerca di capire in che cosa consista lo spazio assoluto e in quale altro modo definirlo, non vi è altra risposta che ripetere “lo spazio assoluto è la causa delle forze centrifughe”, senza poter aggiungere altre proprietà. Queste considerazioni dimostrano che l’idea di uno spazio come “causa” è incompatibile con una descrizione scientifica della realtà.” (Born, 1962)^{xiv}

Da Newton ad Einstein: il lungo percorso di costruzione della fisica come campo di conoscenza autonomo dalla teologia

Il travagliato percorso di accettazione della fisica newtoniana da parte della comunità scientifica e, più in generale, di costruzione della fisica come disciplina autonoma dalla teologia vede il dibattito sul concetto di spazio come caso emblematico, la cui storia è stata ricostruita da M. Jammer, *“Storia del concetto di spazio”* (1954). Ne riportiamo di seguito brani (evidenziandone i punti che

ci sembrano particolarmente significativi) che si riferiscono alle tappe principali che da Newton hanno portato a Mach.

Da Il concetto di spazio assoluto nella scienza moderna

(XVIII e XIX secolo)

*“Nessuna delle critiche mosse da Leibniz e Huygens contro il concetto di spazio assoluto di Newton poté impedirne l'accettazione. Le lettere scambiate tra Leibniz e Clarke, sebbene molto lette, furono studiate e discusse soprattutto per le loro implicazioni teologiche. Con l'accettazione del sistema newtoniano, e man mano che le rivali teorie cartesiane cadevano in disgrazia, il concetto di spazio assoluto di Newton divenne **una condizione fondamentale della ricerca fisica.***

[...]

*Non solo l'aspetto sobrio, positivo e scientifico della concezione dello spazio assoluto di Newton guadagnò terreno, ma la divinizzazione dello spazio, agli inizi del diciottesimo secolo, fu salutata con entusiasmo non minore, in quanto strettamente conforme alla prospettiva generale del tempo, per il quale **la scienza era divenuta sinonimo di studio delle opere di Dio.** ‘La natura fu salvata da Satana e resa a Dio’ [Willey B., 1949].*

[...]

...

*La nozione di spazio assoluto trionfò su tutti i fronti. Non solo, ma durante il diciottesimo secolo furono compiuti dei tentativi per dimostrare **la necessità logica del concetto.** Con tale problema lottò strenuamente per più di trent'anni niente meno che un uomo come Eulero. [...] mise in evidenza la necessità dell'esistenza dello spazio assoluto; era giunto alla conclusione, infatti, che l'esistenza di un qualche substrato reale è indispensabile allo scopo di una determinazione del moto. Poiché questo substrato non sembra esistere nell'informe materiale che ci sta intorno, allora è lo stesso spazio che deve esistere secondo questa capacità. ‘Se ne dovrebbe piuttosto concludere che tanto lo spazio assoluto quanto il tempo, quali i matematici se lo rappresentano, sono cose reali, che sussistono anche fuori dalla nostra immaginazione’.*

[...]

‘Questo permanere di un corpo in uno stato di quiete o di moto uniforme, può avere luogo solo in rapporto allo spazio assoluto, e può essere intelligibile solo ammettendolo’ [Maclaurin]

...

[...]

*E' interessante notare quanto poco il contemporaneo progresso della scienza della meccanica rimase toccato dalle considerazioni generali sulla natura dello spazio assoluto. Fra i grandi scrittori francesi di meccanica, Lagrange, Laplace e Poisson, nessuno nutrì grande interesse per il problema dello spazio assoluto. Tutti accettarono l'idea **come un'ipotesi di lavoro** senza affaticarsi intorno alla sua giustificazione teoretica. Leggendo le introduzioni alle loro opere si scopre la convinzione che la scienza può benissimo astenersi da considerazioni generali sullo spazio assoluto. E' interessante notare che l'Encyclopédie di Diderot e d'Alembert esprime in alto grado il medesimo punto di vista. Nel quinto volume, alla voce Spazio, leggiamo:*

*‘Questo articolo è tratto dalle carte del Signor Formey, che l'ha scritto in parte sulla scorta della raccolta delle lettere di Clarke, Leibniz, Newton, Amsterdam 1740, e in parte sulla scorta delle istituzioni di fisica di Madame du Châtelet. Noi non prenderemo partito sul problema dello spazio; si può vedere, attraverso tutto ciò che è stato detto alla voce Elementi della scienza **quanto questo oscuro problema sia inutile alla geometria e alla fisica.**’*

[...]

...

***Verso la fine del diciannovesimo secolo divenne ovvio che lo spazio assoluto si sottraeva a tutti i mezzi di investigazione sperimentale. Mach mostrò che l'ipotesi dello spazio assoluto per la spiegazione delle forze centrifughe del moto rotatorio non era necessaria.**”*

E così, verso la fine del diciannovesimo secolo il dibattito sul problema dello spazio assoluto in meccanica classica sembrava aver trovato un periodo di quiete relativa, se non fosse che la sistematizzazione dell'elettromagnetismo da parte di Maxwell riaprì immediatamente il dibattito: la teoria infatti presupponeva l'esistenza del cosiddetto "etere luminifero", un mezzo rispetto al quale le onde elettromagnetiche (e la luce) si muovevano con velocità "c".

Appena individuata, dunque, l'idea che sembrava poter liberare la meccanica dallo spazio assoluto newtoniano, un altro spazio assoluto (inteso come sistema di riferimento privilegiato) ricomparve in fisica attraverso l'elettromagnetismo. Fu anche per mostrare quanto questo sistema di riferimento privilegiato fosse superfluo che venne formulata la relatività ristretta.

- ⁱ Nel Capitolo X del libro I del *De revolutionibus orbium coelestium* N. COPERNICO scrive: “Troviamo così, sotto quest’ordine, un’ammirevole simmetria dell’universo ed un nesso sicuro fra l’armonia del moto e la grandezza delle sfere, quale non può trovarsi in nessun altro modo” (citato da T. S. KUHN, *The Copernican Revolution. Planetary Astronomy in the Development of Western Thought* - trad. it. *La rivoluzione copernicana*, Einaudi, Torino 1972, p. 230). Questa “ammirevole simmetria” si contrappone alla “mostruosità” disarmonica dei sistemi concepiti da “quelli che hanno escogitato gli eccentrici” e che violarono “i principi basilari dell’uniformità del moto” senza riuscire a scoprire “la cosa più importante: vale a dire la forma dell’universo e l’immutabile simmetria delle sue parti.” (dalla prefazione che Copernico premise al *De Revolutionibus*, citata in T. S. KUHN, op. cit., p. 175).
- ⁱⁱ “[...] la macchina dei cieli non è un corpo duro e impenetrabile, pieno di varie sfere reali, come finora è stato creduto da molti. Si dimostrerà che esso si estende ovunque, che è sommamente fluido e semplice, e che in nessun luogo esso presenta ostacoli, come si è sostenuto in passato, in quanto i circuiti dei pianeti sono completamente liberi, e privi della fatica e della rotazione di qualsivoglia sfera reale, essendo divinamente governati sotto una legge data” (da TYCHO BRAHE, *De mundi aetherei recentioribus phenomina*, citato in M. BOAS, *Il Rinascimento scientifico*, Feltrinelli, 1973, p. 98).
- ⁱⁱⁱ “[...] Nient’altro dunque sono i moti celesti, che una sorta di perenne armonia (razionale, non vocale) che si attua per mezzo di dissonanti tensioni, come sincopi o cadenze (con le quali gli uomini riproducono tali dissonanze naturali) e che tende verso clausole certe e prefissate [...]” (in J. KEPLER, *Harmonices Mundi Libri V, Liber V, Caput VII*, Linz, 1619, p. 212). È una musica che non si ode con i sensi ma che è percepibile con la ragione e che permette di rintracciare una relazione costante fra la velocità angolare di un pianeta e la sua distanza dal sole (ogni pianeta definisce una scala musicale), fra i periodi dei pianeti e i semiassi delle loro orbite (l’insieme dei pianeti definisce l’accordo) (cfr. S. LEONI, *Le armonie del mondo. La trattatistica musicale nel Rinascimento (1470-1650)*, Edizioni Culturali Internazionali Genova, 1988, pp. 123-128).
- ^{iv} G. GALILEI, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, 1632, in G. GALILEI, *Opere*, vol. II, Utet, Torino, 1980, pag. 83
SAGR. Io non posso senza grande ammirazione, e dirò gran repugnanza al mio intelletto, sentir attribuir per gran nobiltà e perfezione a i corpi naturali ed integranti dell’universo questo esser impassibile, immutabile, inalterabile etc., ed all’incontro stimar grande imperfezione l’esser alterabile, generabile, mutabile, etc.: io per me reputo la Terra nobilissima ed ammirabile per le tante e sì diverse alterazioni, mutazioni, generazioni, etc., che in lei incessabilmente si fanno; e quando, senza esser suggerita ad alcuna mutazione, ella fusse tutta una vasta solitudine d’arena o una massa di diaspro, o che al tempo del diluvio diacciandosi l’acque che la coprivano fusse restata un globo immenso di cristallo, dove mai non nascesse né si alterasse o si mutasse cosa veruna, io la stimerei un corpaccio inutile al mondo, pieno di ozio e, per dirla in breve, superfluo e come se non fusse in natura, e quella stessa differenza ci farei che è tra l’animal vivo e il morto; ed il medesimo dico della Luna, di Giove e di tutti gli altri globi mondani. Ma quanto più m’interno in considerar la vanità de i discorsi popolari, tanto più gli trovo leggieri e stolti. E qual maggior sciocchezza si può immaginar di quella che chiama cose preziose le gemme, l’argento e l’oro, e vilissime la terra e il fango? e come non sovviene a questi tali, che quando fusse tanta scarsità della terra quanta è delle gioie o de i metalli più pregiati, non sarebbe principe alcuno che volentieri non ispendesse una soma di diamanti e di rubini e quattro carrate di oro per aver solamente tanta terra quanta bastasse per piantare in un picciol vaso un gelsomino o seminarvi un arancino della Cina, per vederlo nascere, crescere e produrre sì belle frondi, fiori così odorosi e sì gentil frutti? È, dunque, la penuria e l’abbondanza quella che mette in prezzo ed avvilisce le cose appresso il volgo, il quale dirà poi quello essere un bellissimo diamante, perché assomiglia l’acqua pura, e poi non lo cambierebbe con dieci botti d’acqua. Questi che esaltano tanto l’incorruttibilità, l’inalterabilità, etc., credo che si riduchino a dir queste cose per il desiderio grande di campare assai e per il terrore che hanno della morte; e non considerano che quando gli uomini fossero immortali, a loro non toccava a venire al mondo. Questi meriterebbero d’incontrarsi in un capo di Medusa, che gli trasmutasse in istatue di diaspro o di diamante, per diventar più perfetti che non sono..
- ^v G. GALILEI, *Il Saggiatore*, in G. GALILEI, *Opere*, vol. I, Utet, Torino 1980, pp. 631-632.
- ^{vi} E. MACH, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 1883 (trad. it. *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, Bollati Boringhieri, Torino, 1992, p. 161).
- ^{vii} G. W. LEIBNIZ, S. CLARKE, *A Collection of Papers which passed between the late learned Mr. Leibnitz and Dr. Clarke, London, 1717* - trad. it. *Raccolta di lettere fra Leibnitz e Clarke su Dio, l’Anima, lo Spazio, il Tempo, ecc.*, in *Opere varie*, Bari, 1912, p. 303 e segg.)
- ^{viii} E. MACH, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 1883 (trad. it. *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, Bollati Boringhieri, Torino, 1992, p. 161), p. 249
- ^{ix} B. Greene, *La trama del cosmo*, Einaudi, Torino, 2004
- ^x L. Smolin, *La vita del cosmo*, Einaudi, Torino, 1997
- ^{xi} A. Einstein, *The Foundation of the General Theory of Relativity* (1916a), in Lorentz H. A., Einstein A., Minkowski H., Weyl H. (1952), *The principle of relativity. A collection of original memoirs on the special and general theory of relativity* (with notes by A. Sommerfeld), Dover Publications, New York.
- ^{xii} A. Einstein, *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie (gemeinverständlich)* (1916b) (trad. it. *Relatività: esposizione divulgativa e scritti classici su Spazio Geometria Fisica*, Bollati Boringhieri, Torino, 1994, cit. p. 58-

59).

^{xiii} E. MACH, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 1883 (trad. it. *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, Bollati Boringhieri, Torino, 1992, pp. 249-250).

^{xiv} M. Born, *Einstein's Theory of Relativity*, 1962 (trad. it. *La sintesi einsteiniana*, Bollati Boringhieri, Torino, 2000, p. 365)